

Gymnasium Unterstrass Zürich
Aufnahmeprüfung 2021
Kurzgymnasium

Mathematik

Name: _____

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen.

Im **ersten Teil** steht die Punkteverteilung direkt bei der Aufgabe. **Schreibe die Resultate bitte in die rechte Spalte.** Beachte dabei eine Richtzeit von etwa 30 Minuten.

Im **zweiten Teil** ist der Lösungsweg wesentlich. Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge, müssen aber alle direkt nach der Aufgabe auf diese Blätter gelöst werden. **Der Rechenweg muss in der Darstellung ersichtlich sein.** Schreibe bitte **Zwischenresultate** auf.

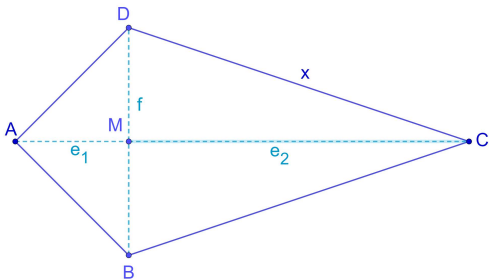
Zeichne und konstruiere sorgfältig! Parallelen und Senkrechte dürfen mit dem Geodreieck gezeichnet werden. Zu den Konstruktionsaufgaben gehört ein **Konstruktionsbericht.** **Bezeichne die Lösungsfigur bitte sorgfältig.**

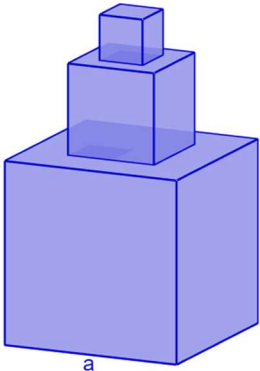
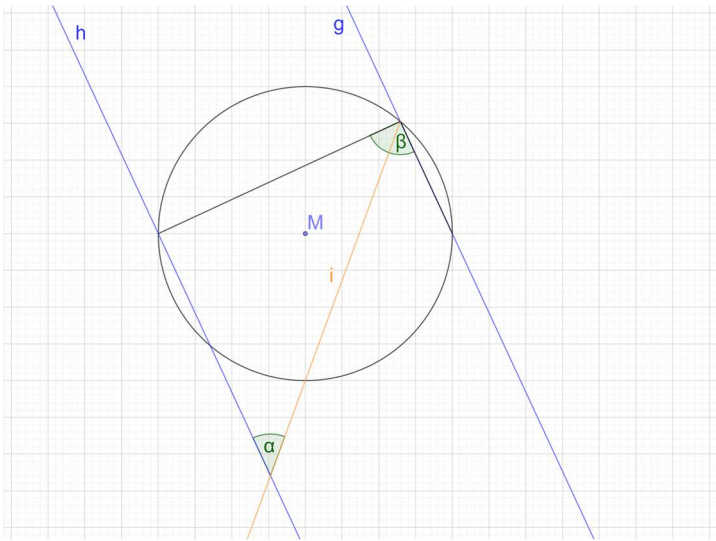
Gesamtzeit für beide Teile: 90 Minuten.

Teil	I	II					Total
Aufgabe	1-8	1	2	3	4	5	
Punkte	10	4	4	4	4	4	30
erreicht							

Teil I (Richtzeit: 30 Minuten)

Resultate

<p>1</p>  <p>Beim Drachenviereck ist $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$ und $\overline{BD} = 5 \text{ cm}$ und $\overline{AM} = e_1 = 3 \text{ cm}$.</p> <p>Wie lang ist die Strecke x? (1 P)</p> <p>Welche Fläche hat das Viereck ABCD? (1 P)</p>	<p>Länge x:</p> <p>_____ m</p> <p>Fläche ABCD:</p> <p>_____ cm²</p>
<p>2 Ist eine Herdplatte auf 10 eingestellt, dauert es 20 Minuten, um Spinat aufzutauen und 8 Minuten, um Fischstäbchen zu braten. Halbiert man jeweils die Einstellung dauert beides jeweils doppelt so lange. Viertelt man die Einstellung dauert es viermal so lange usw.</p> <p>Wie müsstest du die zwei Herdplatten einstellen, damit beides gleichzeitig fertig ist? (1 P)</p>	<p>Einstellung der Herdplatte:</p> <p>Platte 1 _____</p> <p>Platte 2 _____</p>
<p>3 Vereinfache so weit wie möglich. (1 P)</p> $\frac{24a^2c^3}{4ab} : \frac{18ab^2c^3}{6bc} + \frac{15}{b} =$	<p>Vereinfachter Term</p> <p>_____</p>
<p>4 Am Bahnhof kommen gleichzeitig zwei Züge an. Beide haben gleich viele Passagiere.</p> <p>30% der Passagiere des ersten Zuges nehmen ein Tram. 60% einen Bus.</p> <p>Beim zweiten Zug nehmen 60% das Tram und 30% den Bus.</p> <p>Wieviel Prozent aller Passagiere nehmen das Tram? (1 P)</p>	<p>Prozent Passagiere im Tram:</p> <p>_____</p>

<p>5 Andi, Betty und Charly treffen sich. Andi hat 10 sFr. dabei. Da bemerkt Andi: "Wenn ich Betty die Hälfte meines Geldes gebe und Sie danach Charly die Hälfte dessen was Sie dann hat, dann haben wir alle gleich viel." Wieviel Geld hat Betty am Anfang? (1 P)</p>	<p>Bettys Geld:</p> <p>_____</p>
<p>6</p>  <p>Die Seitenlänge a des unteren Würfels ist $a = 16$ cm. Die Seitenlänge des mittleren Würfels ist gerade die Hälfte des unteren und die Seitenlänge des obersten Würfels ist gerade die Hälfte des mittleren. Berechnen Sie die Oberfläche des Turms (1 P)</p>	<p>Oberfläche:</p> <p>_____</p>
<p>7 Die Geraden g und h sind parallel, i halbiert gerade den Winkel β. Bestimme die Grösse des Winkels α. (1 P)</p> 	<p>Grösse Winkel α</p> <p>$\alpha =$ _____</p>
<p>8 Löse die Gleichung. (1 P)</p> $2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}x - 2\right) = 6 - x$	<p>$x =$ _____</p>
<p>9 Auf Deinem Fahrrad läuft die Kette vorne bei den Pedalen über ein Zahnrad mit 22 Zähnen und hinten über ein Zahnrad mit 15 Zähnen. Nach wie vielen Umdrehungen der Pedale befinden sich Pedale und Hinterrad wieder genau in der gleichen Stellung (z.B. Ventil oben und Pedal oben)? (1 P)</p>	<p>Anzahl Umdrehungen</p> <p>_____</p>

Teil II (Richtzeit: 60 Minuten)

1 a) «Nur noch 31 Stück Würfelzucker»

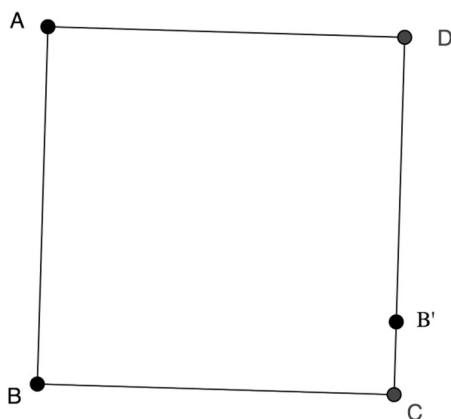
Im Süssgetränk Coca-Cola waren bis 2017 in Europa 10.6 g Zucker pro 100 ml, das entsprach 35 Stücken Würfelzucker pro Liter. Das war der EU zu viel. Der Getränkehersteller versprach Besserung. Heute sind «nur» noch 31 Stück Würfelzucker in einem Liter. Wie viel Gramm Zucker sind heute noch in 100 ml Coca-Cola zu finden? (Runde auf eine Nachkommastelle) (1 P)

b) In Anjas Lieblingsglas haben 3.5 dl Platz. Wie viele Stück Würfelzucker hat Anja verzehrt, wenn Sie heute ein Glas Cola trinkt? (Runde auf ganze Stücke.) (1 P)

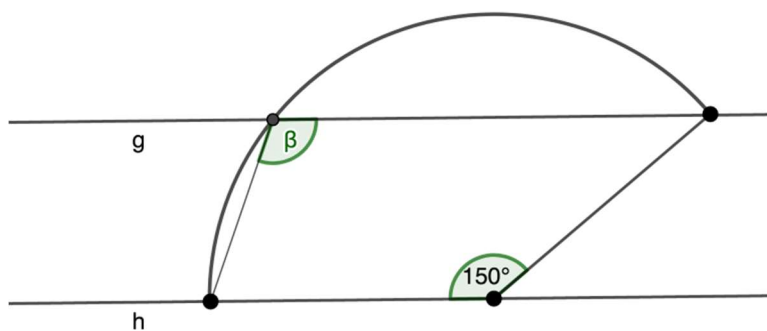
c) Konstantin mischt einen alkoholfreien Drink mit 100 ml Eistee, 50 ml Coca-Cola und 20 ml Zitronensaft. Im Eistee sind 9 g Zucker pro 100 ml, in Zitronensaft 2.2 g Zucker pro 100 ml. Wie viel Gramm Zucker enthält der ganze Drink pro 100 ml? Wenn du a) nicht lösen konntest rechne mit der Menge vor 2017. (Runde auf 1 Nachkommastelle.) (2 P)

- 2 a)** Eine Gruppe von x Freunden mietet für eine Reise einen Bus zum Tagespreis von a Franken. Die Reise geht über 5 Tage. Zusätzlich kommen Benzinkosten von 200 Fr. dazu. Schreibe einen Term für den Betrag pro Person auf. (1 P)
- b)** Wie viel muss eine Person mehr bezahlen, wenn 3 Personen vor der Reise absagen? Schreibe wieder als Term auf. (1 P)
- c)** Von den 12 Freunden konnten leider drei nicht mitfahren. So zahlte jeder 60 Franken für die Reise. Wie hoch ist der Tagespreis für den Bus? Stelle eine Gleichung auf und löse sie. Es gelten die gleichen Bedingungen wie bei a). (2 P)

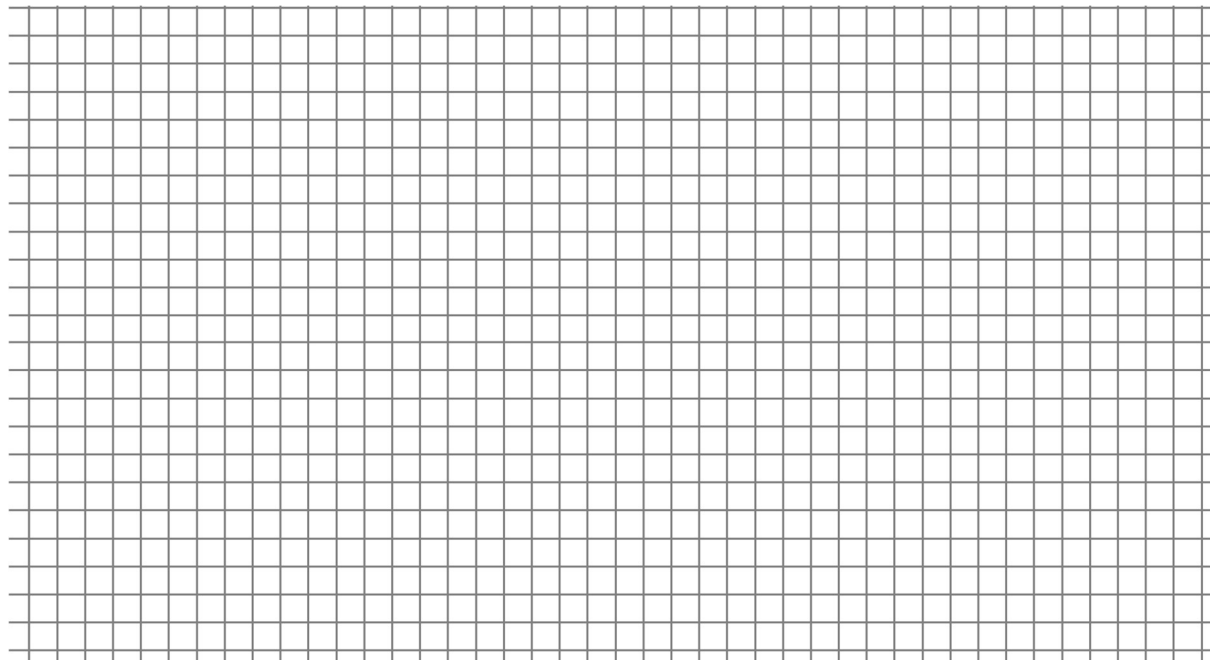
- 3 a) Konstruiere das Spiegelbild des Quadrates ABCD bei einer Achsenspiegelung anhand des gegebenen Spiegelpunktes! Deine Konstruktion muss gut ersichtlich sein! (2 P)



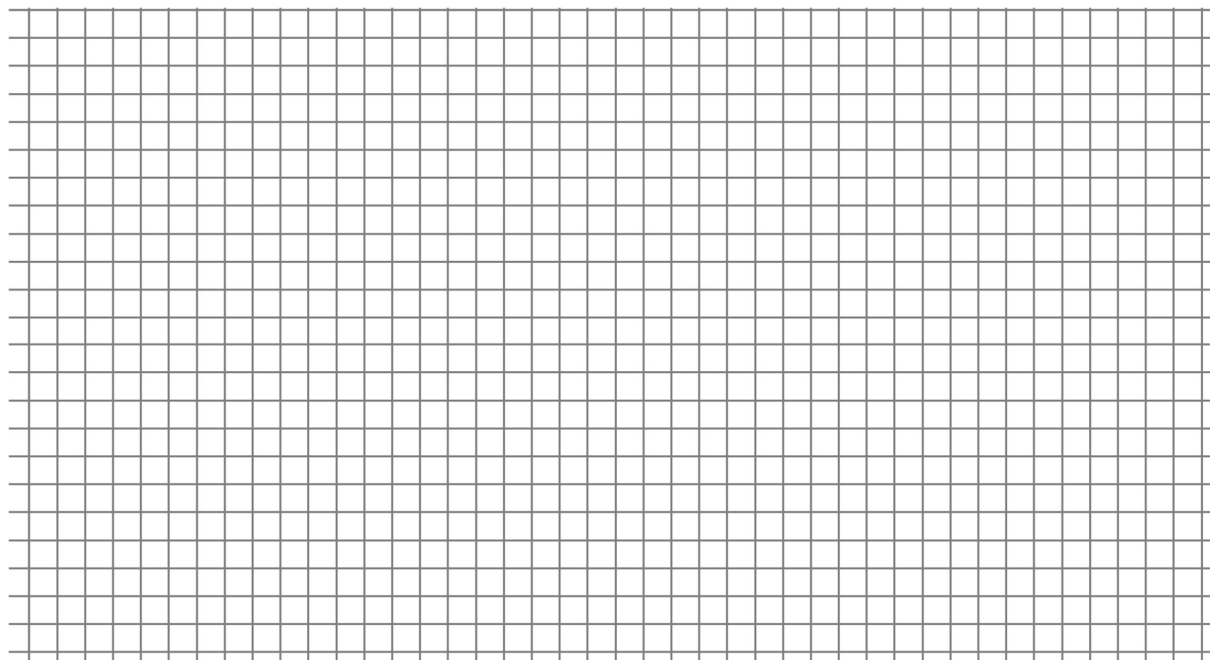
- b) Berechne β , wenn $g \parallel h$. Beachte den Kreisbogen! (2 P)



- 4 a) Anna und Beat spielen mit zwei Würfeln, einem normalen Würfel (6-seitig) und einem Oktaeder (8-seitig). Wenn der Unterschied der Augenzahlen ungerade ist, gewinnt Anna. Wie gross ist ihre Gewinnchance? Dein Lösungsweg muss gut ersichtlich sein. (2 Pte)



- b) Nun werden die Gewinnregeln geändert. Wenn das Produkt der beiden Augenzahlen durch drei teilbar ist, gewinnt Beat. Wie gross ist seine Gewinnchance? Dein Lösungsweg muss gut ersichtlich sein. (2 Pte)



Aufgabe 5

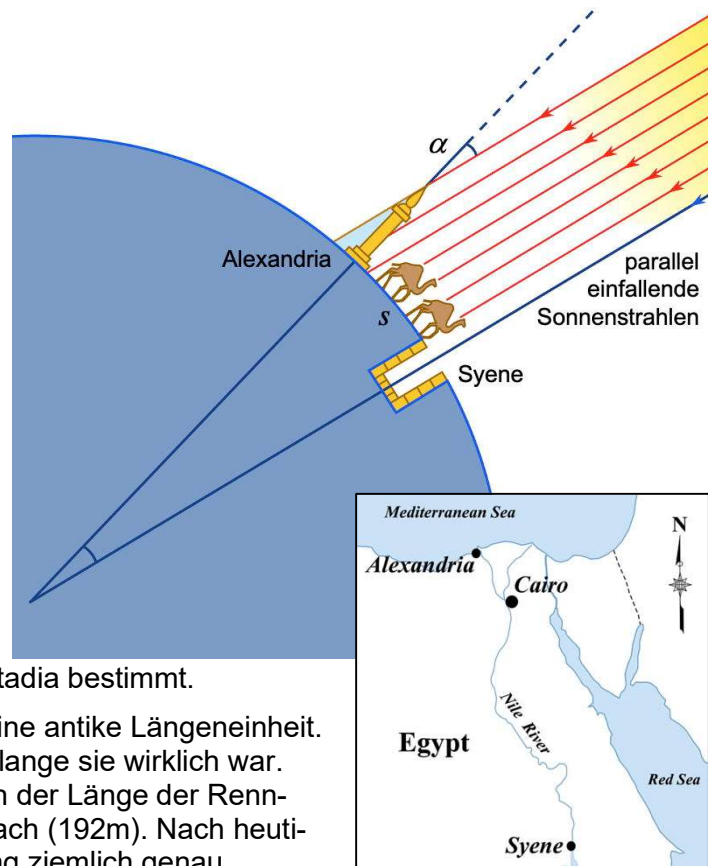
Die alten Griech*innen wussten bereits, dass die Erde eine Kugel ist. In gelehrten Kreisen gab es daher Anstrengungen ihren Umfang zu bestimmen. Bemerkenswert ist vor allem das Resultat des **Eratosthenes von Kyrene** (275 – 194 v. Chr.).

Eratosthenes beobachtete, dass die Sonnenstrahlen in **Syene** am Mittag bis auf den Grund eines Brunnens fielen, während gleichzeitig eine Säule im weiter nördlich gelegenen **Alexandria** einen deutlichen Schatten warf (vgl. Bild).

Für den Winkel α mass Eratosthenes $\alpha = 7.2^\circ$. Die Strecke zwischen Alexandria und Syene wurde durch königliche Schrittzähler zu $s = 5000$ Stadia bestimmt.

Das **Stadion** (Mehrzahl Stadia) war eine antike Längeneinheit. Heute wissen wir nicht so genau, wie lange sie wirklich war. Oft wird angenommen, dass 1 Stadion der Länge der Rennbahn im griechischen Olympia entsprach (192m). Nach heutigen Messungen beträgt der Erdumfang ziemlich genau 40'000km.

Welche Länge erhältst du für 1 Stadion, wenn du aufgrund der Messungen von Eratosthenes zurückrechnest? Kann es sich bei seinem Stadion um ein «olympisches Stadion» gehandelt haben? (Diese Aufgabe ist ohne Kreisformeln lösbar!)



Lösungen

Teil I:

- 1) $x \approx 9,34 \text{ cm} = 0,0934 \text{ m}$
 $A = 30 \text{ cm}^2$
- 2) Einstellung Herdplatte Spinat: 5 oder 10
Einstellung Herdplatte Fischstäbchen: 2 oder 4
So sind beide Gerichte nach 40 Minuten fertig.
- 3) $\frac{24a^2c^3}{4ab} : \frac{18ab^2c^3}{6bc} + \frac{15}{b} = \frac{24}{4ab} \cdot \frac{2c^3}{18ab^2c^3} + \frac{15}{b} = \frac{2c}{b^2} + \frac{15}{b} = \frac{2c+15}{b^2}$
- 4) 45 Prozent aller Passagiere benützen das Tram.
- 5) 5 Fr.
- 6) $O = 6 \cdot 16^2 + 4 \cdot 8^2 + 4 \cdot 4^2 = 1856 \text{ cm}^2$
- 7) Thaleskreis! $\alpha = \frac{\beta}{2} = 45^\circ$
- 8) $x = 5$
- 9) Nach 15 Umdrehungen sind die Pedale und das Hinterrad wieder genau an der gleichen Stelle.

Teil II:

- 1) Zucker in der Cola
 - a. Heute sind noch $10,6 \cdot \frac{31}{35} \approx 9,4$ Gramm Zucker pro 100 ml in der Cola. (1 P)
 - b. Anja hat dann $3,1 \cdot 3,5 \approx 11$ Stück Würfelzucker getrunken. (1 P)
 - c. Eistee 9 g, Zitronensaft 0.44 g und Cola 4.7 g => 14.14 g pro 170 ml. (1 P)
Im Mischgetränk befinden sich $14,14 \cdot \frac{100}{170} \approx 8,3$ Gramm Zucker pro 100 ml.
Mit den 35 Zuckerstücken ergibt sich $14,74 \cdot \frac{100}{170} \approx 8,7$ Gramm Zucker pro 100 ml.
- 2) Gruppenreise
 - a. Kosten pro Person: $\frac{5 \cdot a + 200}{x}$
 - b. Kosten für 3 Personen: $\frac{5 \cdot a + 200}{x} \cdot 3 = \frac{15a + 600}{x}$ Diese Kosten müssen auf $(x - 3)$ Freunde aufgeteilt werden \rightarrow Mehrkosten = $\frac{15a + 600}{x} : (x - 3)$ oder
Kosten/P für $(x - 3)$ Freunde minus Kosten/P für x Freunde $\frac{5 \cdot a + 200}{x - 3} - \frac{5 \cdot a + 200}{x}$
 - c. $\frac{5 \cdot a + 200}{9} = 60$ Der Tagespreis für den Bus beträgt 68 Franken.
- 3) Geometrie
 - a. 1 P Mittelsenkrechte von $\overline{BB'}$, 1 P gespiegelte Figur.
 - b. $\beta = 105^\circ$ (Nur richtig mit richtigem Lösungsweg.) Wechselwinkel 30° : $\frac{1}{2}$ P
- 4) Würfeln (Beides mit einer Tabelle zu lösen!)
 - a. $P(\text{Differenz ungerade}) = \frac{24}{48} = 0,5$
 - b. $P(\text{Produkt durch 3 teilbar}) = \frac{24}{48} = 0,5$
- 5) 1 Stadion entspricht 160 Metern. Das Resultat liegt also 32 m daneben.