

Gymnasium Unterstrass Zürich
Aufnahmeprüfung 2020
Kurzgymnasium (Anschluss 2. Sekundarklasse)

Mathematik

Name: _____

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen.

Im **ersten Teil** steht die Punkteverteilung direkt bei der Aufgabe. **Schreibe die Resultate bitte in die rechte Spalte.** Beachte dabei eine Richtzeit von etwa 30 Minuten.

Im **zweiten Teil** ist der Lösungsweg wesentlich. Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge, müssen aber alle direkt nach der Aufgabe auf diese Blätter gelöst werden. **Der Rechenweg muss in der Darstellung ersichtlich sein.** Schreibe bitte **Zwischenresultate** auf.

Zeichne und konstruiere sorgfältig! Parallelen und Senkrechte dürfen mit dem Geodreieck gezeichnet werden. Zu den Konstruktionsaufgaben gehört ein **Konstruktionsbericht**. **Bezeichne die Lösungsfigur bitte sorgfältig.**

Gesamtzeit für beide Teile: 90 Minuten.

Teil	I	II					Total
Aufgabe	1-8	1	2	3	4	5	
Punkte	10	4	4	4	4	4	30
erreicht							

Teil I (Richtzeit: 30 Minuten)

Resultate

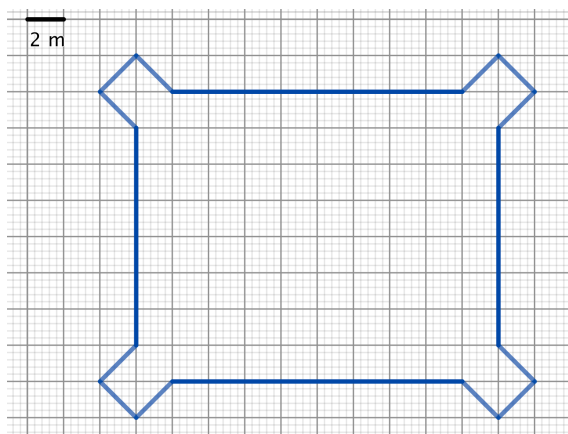
1 Löse die Gleichung. (1 P)

$$4x + 2 - 5x = (14x + 28) \cdot \frac{1}{2}$$

x = _____

2 Ein (kleines) Schloss hat den abgebildeten Grundriss mit gegebenem Massstab.

Berechne den Umfang (1 P),
 und den Flächeninhalt (1 P)



Umfang:
 _____ m

Flächeninhalt:
 _____ m²

3 Vereinfache so weit wie möglich. (1P)

$$\frac{9abc^2}{3bc} \cdot \frac{6ab^2c}{a^2b} : \left(\frac{2}{abc}\right)$$

Vereinfachter Term:

4 Heutzutage werden Häuser aus bereits fertigen rechteckigen Wandstücken zusammengesetzt. Eine Baufirma hat den Auftrag zwei Häuser zu bauen. Um zu sparen, möchten Sie aber nur eine Art Wandstück herstellen.

Wie breit darf ein Wandstück höchstens sein, wenn das eine Haus 72 m und das zweite Haus 48 m breit werden soll?
 (1 P)

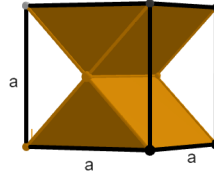
Breite des Wandstücks:
 _____ m

- 5** In einem Raum soll ein Projektor aufgehängt werden. Das Bild des Projektors soll eine Fläche von 2 m^2 haben. Dabei nimmt es 76% der gesamten Wandfläche ein. Welchen Flächeninhalt hat die Wand? (1 P)

Flächeninhalt der Wand:

_____ m^2

- 6** Aus einem Würfel der Kantenlänge $a = 12 \text{ cm}$ hat man eine Sanduhr gemacht. Berechne das Volumen der Sanduhr. (1P)



Volumen:

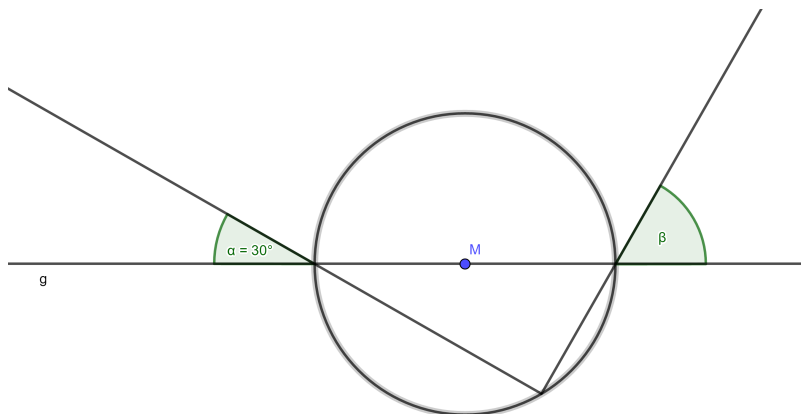
_____ cm^3

- Berechne Oberfläche der Sanduhr. (1 P)

Oberfläche:

_____ cm^2

- 7** Bestimme die Grösse des Winkels β . (1 P)



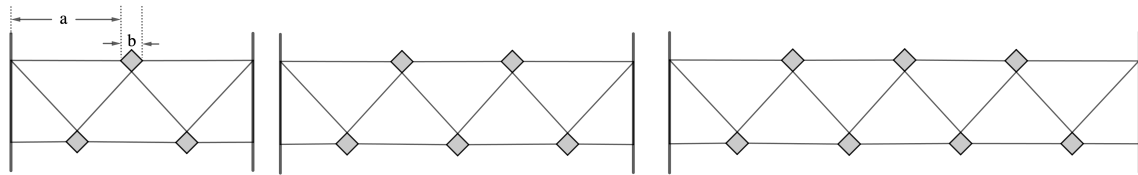
Grösse Winkel β

- 8** Paul hatte in den letzten 2 Schuljahren 5-mal einen platten Reifen an seinem Fahrrad. Ein Schuljahr hat 38 Wochen. Angenommen Pauls Erfahrung entspricht ziemlich genau der Wahrscheinlichkeit einen platten Reifen zu bekommen: Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat demnach Paul an seinem ersten Tag am Gymnasium einen platten Reifen? (1 P)

Wahrscheinlichkeit

Teil II (Richtzeit: 60 Minuten)

- 1 Ein Zaun wird nach folgendem Muster gebaut (siehe dazu Figur 1, dann Figur 2, dann Figur 3):
 Die angegebenen Grössen sind: $a = 2.0$ m und $b = 0.4$ m



Figur 1

Figur 2

Figur 3

- a) Vervollständige die Tabelle und bestimme für die Anzahl grauer Quadrate und die Länge des Zauns je einen Term in x . (3 P)

Figur	1	2	3	4	5	...	x
Anzahl grauer Quadrate	3						
Länge des Zauns in m	4.4						

- b) Herr Haag bestellt für sein Anwesen einen Zaun von der Länge 57.2 m.
 Wie viele Quadrate zählt sein Zaun? (1 P)

2 Magermilch, Vollmilch und Vollrahm haben ungefähr folgende Fettgehalte:

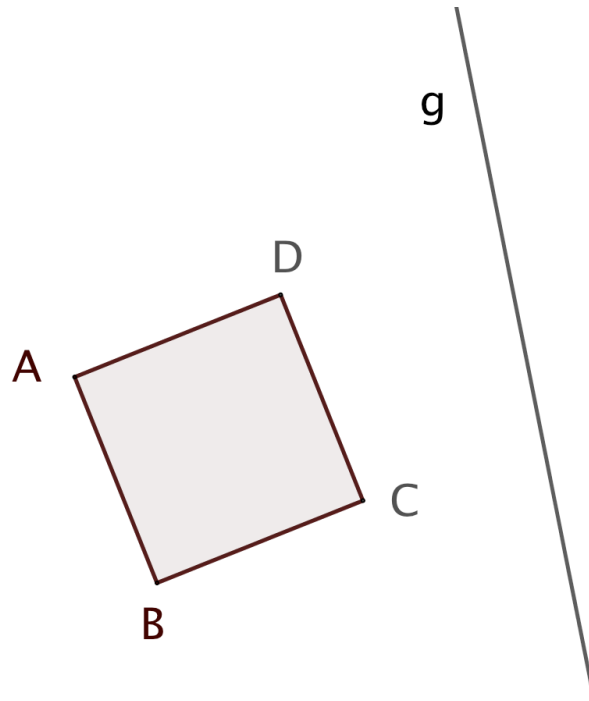
	Fettgehalt
Magermilch	0.5%
Vollmilch	3.5%
Vollrahm	35%

Das heisst zum Beispiel: 1 Liter Vollrahm enthält 350 ml Fett und 650 ml Restflüssigkeit.

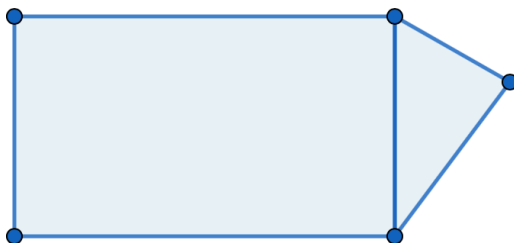
- a) 1 Liter Magermilch wird mit 1 Liter Vollmilch vermischt. Welchen Fettgehalt (in %) wird die Mischung haben? (1 P)
- b) 1 Liter Vollmilch wird mit 6 Liter Wasser vermischt. Welchen Fettgehalt (in %) wird die Mischung haben? (1 P)
- c) Emily hat 2 Liter Vollrahm. Sie möchte ihn mit so viel Wasser verdünnen, bis sie den Fettgehalt von Vollmilch bekommt. Berechne wie viele Liter Wasser sie dazu braucht! (2 P)

	Menge (in Liter)	Fettgehalt (in %)	Fettmenge (in Liter)
Vollrahm			
Wasser			
Mischung			

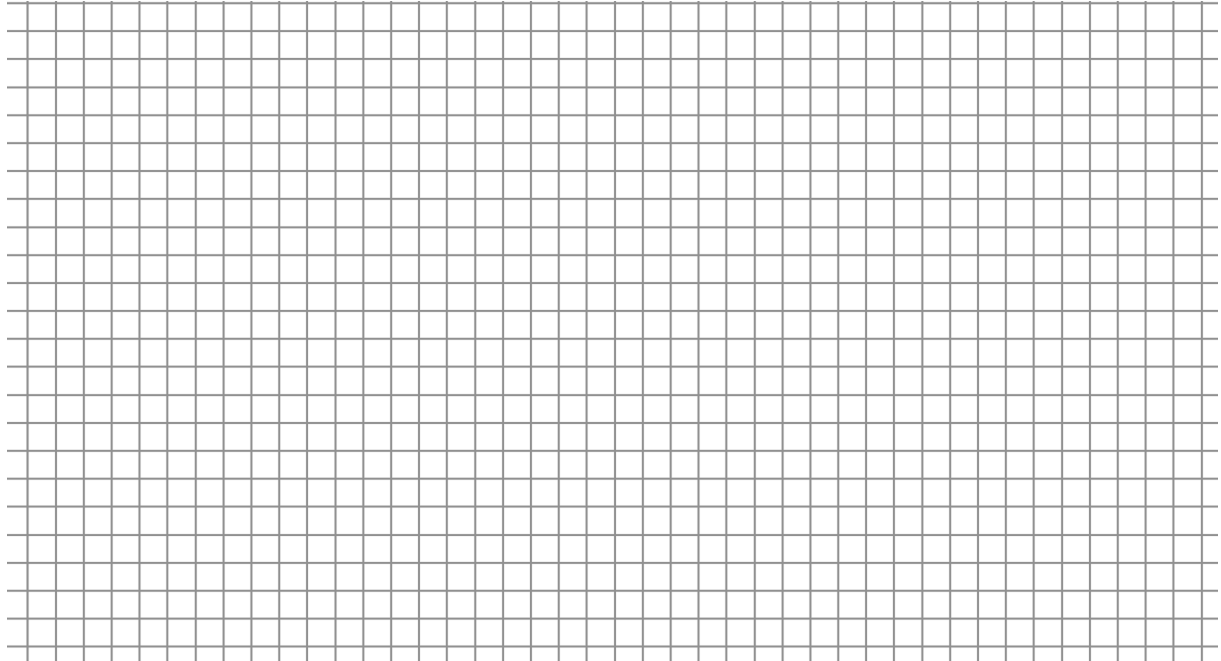
- 3 a) ABCD ist ein Quadrat. Das Quadrat $A'B'C'D'$ ist das Bild von ABCD nach der Achsen-
spiegelung. Konstruiere das Quadrat $A'B'C'D'$ und die Symmetrieachse so, dass $A'C'$
auf der Geraden g liegt (eine Lösung.) (2 P)



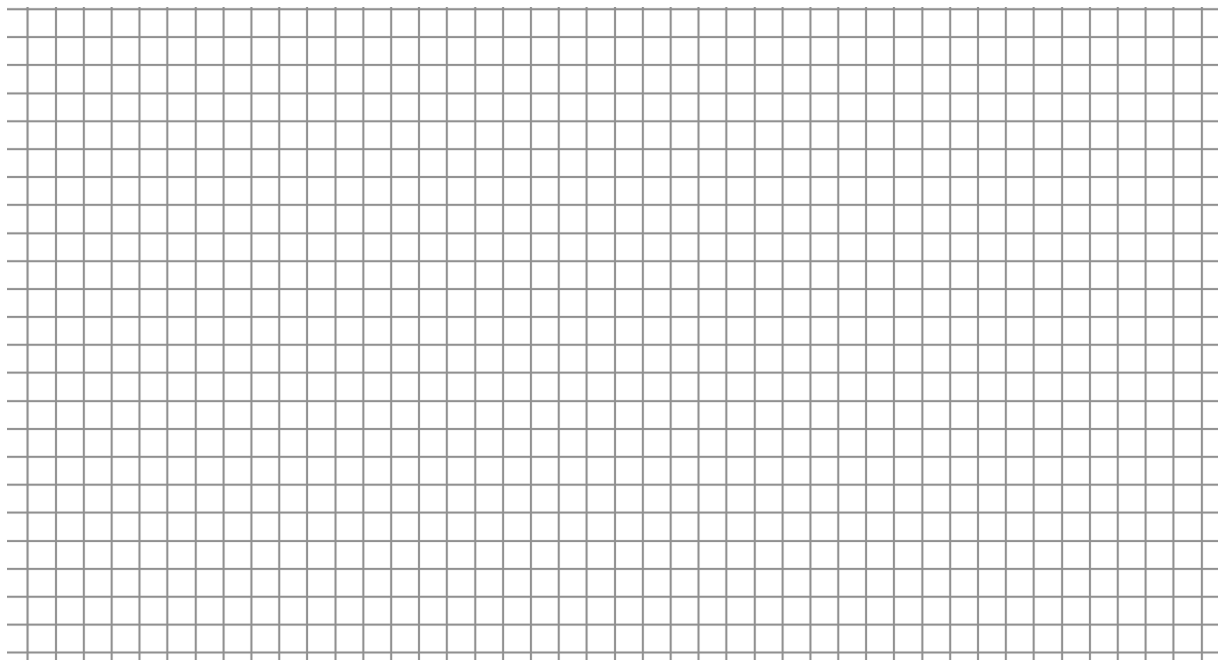
- b) Du siehst hier einen Teil eines Netzes von einem Prisma.
Konstruiere bitte das ganze Netz. (2 P)



- 4 a) Amalia und Beat spielen mit einem Würfel mit 8 Seiten (Oktaederwürfel). Zuerst wirft Amalia und dann Beat. Wenn Beat eine grössere Zahl als Amalia hat, gewinnt er (sonst Amalia). Wie gross sind seine Gewinnchancen?
Zeige deinen Lösungsweg sorgfältig. (2 P)



- b) Nun werden die Gewinnregeln geändert. Wenn die Summe der beiden Zahlen ungerade ist, gewinnt Beat, sonst Amalia. Ist das Spiel fair? Begründe, indem du zuerst die Wahrscheinlichkeiten bestimmst. (2 Pte)



5 «Panini-Bildli»

Im Sommer 2020 findet die Fussball-Europameisterschaft der Männer statt (UEFA Euro 2020). Wie immer gibt die Firma Panini dazu ein Sticker-Album heraus, in das insgesamt 476 verschiedene Sticker mit Spielerfotos eingeklebt werden können. Flurin und Nicolo haben beschlossen diese Sticker-Serie zu sammeln. Flurin hat sich zum Anfang sieben Sticker-Päckchen gekauft, Nicolo nur deren fünf. Jedes Päckchen enthält sechs verschiedene Sticker. Nicolo hat jetzt keinen einzigen Sticker doppelt. Flurin hingegen hat *Ronaldo* doppelt und *Xhaka* sogar dreifach.

- a) Wie viele verschiedene Sticker könnte Flurin theoretisch besitzen, die Nicolo noch nicht hat? Gib einen Mindest- und einen Höchstwert an! (1 P)
- b) Tatsächlich besitzt Nicolo neun Sticker, die Flurin auch hat, darunter erstaunlicherweise auch *Xhaka* und *Ronaldo*. Wie viele verschiedene Sticker besitzen Nicolo und Flurin gemeinsam? (1 P)
- c) Flurin und Nicolo lösen, wer vom anderen zwei Sticker ziehen darf. Nicolo gewinnt. Wie gross ist die Chance, dass er von Flurin keinen Sticker zieht, den er schon hat? Gib die Antwort in Prozenten mit einer Nachkommastelle an. (2 Pte)
Nicht nur das Endresultat zählt, sondern auch gute Überlegungen und Lösungsideen!

Tipp: Vergiss *Ronaldo* und *Xhaka* nicht!

Lösungen 2. Sek

Teil I

1. $x = -1.5 = -3/2$
2. a) 89.9 m
b) 344 m^2
3. $9ab^2c^3$
4. $\text{ggT}(72,48) = 24 \Rightarrow 24 \text{ m}$
5. 2.63 m^2
6. a) 864 cm^3
b) 839.3 cm^2
7. 60°
8. $p = 5/380 \approx 1.3\%$ (2 Jahre a 38 Wochen a 5 Tage)

Teil II

1 a)

Figur	1	2	3	4	5	...	x
Anzahl grauer Quadrate	3	5	7	9	11		$2x + 1$
Länge des Zauns in m	4.4	6.6	8.8	11	13.2		$2.2(x + 1)$

b) $57.2 : 2.2 = 26 \Rightarrow 25$ Quadrate

- 2 a) 2% (Mittelwert der beiden Prozentwerte).
b) $0.035 \text{ l} / 7 \text{ l} = 0.005 = 0.5\%$
c)

	Menge (in Liter)	Fettgehalt (in %)	Fettmenge (in Liter)
Vollrahm	2	35	0.7
Wasser	18	0	0
Mischung	20	3.5	0.7

(Gleichung: $0.7 \text{ l} / (x + 2) \text{ l} = 0.035$)

3 Geometrie

- a) AC mit g schneiden => S
Von S aus Strecken SA und SC auf g abtragen => A' und C'.
Quadrat ergänzen.
Winkelhalbierende konstruieren.
- Oder: AC mit g schneiden => S
Winkelhalbierende konstruieren => s
Punkte an s spiegeln.
- b) Viele verschiedene Lösungen möglich. Rechtecke anhängen an das Dreieck oder Seiten vom Dreieck übernehmen und Rechtecke an das gegebene Rechteck anhängen. Zweites Dreieck an eines der Rechtecke anhängen (auf der anderen Seite).

4 Wahrscheinlichkeit

- a) Tabelle => $p = 28/64 = 7/16 = 43.75\%$
- b) Tabelle => $p(ug) = p(g) = 50\% \Rightarrow$ faires Spiel.

5 Panini (2. und 3. Sek)

- a) Nicolo: 30 versch. Sticker; Flurin: $42 - 1 - 2 = 39$ versch. Sticker. (0.5 Punkte)
Flurin besitzt **max. 39** und **min. 9** versch. Sticker, die Nicolo noch nicht hat. (0.5 Punkte)
- b) Zu Flurins 39 verschiedenen Stickern kommen $30 - 9 = 21$ davon versch. Sticker von Nicolo hinzu. (0.5 Punkte)
Insgesamt besitzen die beiden also **60** versch. Sticker. (0.5 Punkte)
- c) Flurin besitzt 12 Sticker, die Nicolo schon hat (9 Gleiche plus einmal mehr *Ronaldo* und zweimal mehr *Xhaka*). (0.5 Punkte)
Vorgehen mittels zweistufigem Baum:
- 1. Ziehen: Chance, dass Nicolo Sticker noch nicht hat: $30/42 \approx 0.7143$. (0.5 Punkte)
 - Flurin hat nach dem ersten gezogenen Sticker nur noch 41 Sticker und nur noch 31 davon kommen für Nicolo in Frage, wenn der erste gezogene Sticker passend war.
 - 2. Ziehen: Chance, dass nach passendem ersten Sticker auch der zweite einer ist, den Nicolo noch nicht hat: $29/41 \approx 0.7073$. (0.5 Punkte)
 - Kombination: Chance, dass beide Sticker passen: $30/42 * 29/41 \approx 0.5052 \approx \mathbf{50.5\%}$ (0.5 Punkte)

Lösungen 3. Sek

Teil I

1. $x = -1.5 = -3/2$
2. a) 93.7 m
b) 357.7 m²
3. $9ab^2c^3$
4. $ggT(72,48) = 24 \Rightarrow 24 \text{ m}$
5. 2.63 m²
6. a) 576 cm³
b) 10.4 cm
7. 60°
8. $p = 5/380 \approx 1.3\%$ (2 Jahre a 38 Wochen a 5 Tage)

Teil II

1 a)

Figur	1	2	3	4	5	...	x
Anzahl grauer Quadrate	3	5	7	9	11		$2x + 1$
Länge des Zauns in m	4.4	6.6	8.8	11	13.2		$2.2(x + 1)$

b) $57.2 : 2.2 = 26 \Rightarrow$ **25 Quadrate**

2 a) $1300 / 1.1017 = 1179.994... \Rightarrow 1180.00 \text{ Euro}$

b) $361 \cdot 1.0497 = 378.941... \Rightarrow 378.95 \text{ Fr.}$

c1) Ananassaft: 11 Drinks/Flasche, Limettensaft: 13 Drinks/Flasche,
Grenadinesirup: 75 Drinks/Flasche, Gingerale: 5 Drinks/Flasche \Rightarrow **5 Drinks.**

c2) 1 Flasche Grenadine: 2.20
5 Flaschen Gingerale: 15.00
2 Flaschen Limettensaft: 3.80
3 Flaschen Ananassaft: 10.50

Total **31.50 Fr.**

3 Geometrie

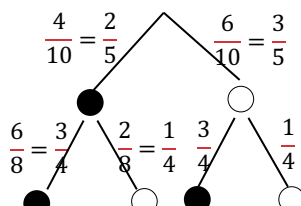
- a) AC mit g schneiden => S
Von S aus Strecken SA und SC auf g abtragen => A' und C'.
Quadrat ergänzen.
Winkelhalbierende konstruieren.

Oder: AC mit g schneiden => S
Winkelhalbierende konstruieren => s
Punkte an s spiegeln.

- b) Der unbezeichnete Punkt ist A (oder A')
Strecken AS und CS von A bzw. C aus abtragen => dritte Seitenfläche.
Rechter Winkel von S aus in die Grundfläche ABC zeichnen (bei den beiden anliegenden Seitenflächen) => H.

4 Wahrscheinlichkeit (3. Sek)

a)



b) $p(B \text{ gewinnt}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{8} + \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{8} = \frac{44}{80} = \frac{11}{20} = 55\%$ (oder gekürzte Zahlen im Baum)

c) $\frac{x}{10} \cdot \frac{6}{8} + \frac{10-x}{10} \cdot \frac{2}{8} = 0.6 \Leftrightarrow 6x + 2(10-x) = 48 \Leftrightarrow x = 7$

Es müssen 7 weisse Kugeln im Säckchen von Amalia liegen.

5 Panini (2. und 3. Sek)

- a) Nicolo: 30 versch. Sticker; Flurin: $42 - 1 - 2 = 39$ versch. Sticker. (0.5 Punkte)
Flurin besitzt **max. 39** und **min. 9** versch. Sticker, die Nicolo noch nicht hat. (0.5 Punkte)
- b) Zu Flurins 39 verschiedenen Stickern kommen $30 - 9 = 21$ davon versch. Sticker von Nicolo hinzu. (0.5 Punkte)
Insgesamt besitzen die beiden also **60** versch. Sticker. (0.5 Punkte)
- c) Flurin besitzt 12 Sticker, die Nicolo schon hat (9 Gleiche plus einmal mehr *Ronaldo* und zweimal mehr *Xhaka*). (0.5 Punkte)

Vorgehen mittels zweistufigem Baum:

- 1. Ziehen: Chance, dass Nicolo Sticker noch nicht hat: $30/42 \approx 0.7143$. (0.5 Punkte)
- Flurin hat nach dem ersten gezogenen Sticker nur noch 41 Sticker und nur noch 31 davon kommen für Nicolo in Frage, wenn der erste gezogene Sticker passend war.
- 2. Ziehen: Chance, dass nach passendem ersten Sticker auch der zweite einer ist, den Nicolo noch nicht hat: $29/41 \approx 0.7073$. (0.5 Punkte)
- Kombination: Chance, dass beide Sticker passen: $30/42 \cdot 29/41 \approx 0.5052 \approx 50.5\%$ (0.5 Punkte)