

Gymnasium Unterstrass Zürich
 Aufnahmeprüfung 2010
 Kurzgymnasium (Anschluss 2. Sekundarklasse)

Mathematik

Name: _____

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen. Im **ersten Teil** ergibt jede richtige Lösung **einen Punkt**.
 Schreibe die Resultate bitte in die rechte Spalte. Beachte dabei eine Richtzeit von etwa 30 Minuten.

Im **zweiten Teil** ist der Lösungsweg wesentlich. Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge,
 müssen aber alle direkt nach der Aufgabe auf diese Blätter gelöst werden. **Der Rechenweg muss in
 der Darstellung ersichtlich sein**. Schreibe bitte **Zwischenresultate** auf.

Zeichne und konstruiere sorgfältig! Parallelen und Senkrechte dürfen mit dem Geodreieck gezeichnet
 werden. Zu den Konstruktionsaufgaben gehört ein **Konstruktionsbericht**. **Bezeichne die
 Lösungsfigur bitte sorgfältig**.

Gesamtzeit für beide Teile: 90 Minuten.

Teil	I	II					Total
Aufgabe	1-10	1	2	3	4	5	
Punkte	10	$3 + 2 = 5$	$2 + 2 = 4$	$3 + 1 = 4$	3	$3 + 1 = 4$	30
erreicht							

Teil I (Richtzeit: 30 Minuten)

Resultate

- 1 Beschreibe in aufzählender Form die Elemente der Menge
 $\{2, 3, 4, \dots, 20\}$, die nicht durch 4 teilbar sind, nicht durch 8
 teilbar sind und auch keine Primzahlen sind.

diese Elemente sind:

- 2 Bringe auf den Hauptnenner, fasse zusammen und kürze so
 weit wie möglich:

$$\frac{4x - 3y}{a + b} - \frac{6x - 5y}{2a + 2b}$$

=

- 3 Vereinfache den Term so weit wie möglich:

$$3a \cdot \frac{5}{12b} - \frac{18}{20} : \frac{6b}{5a} =$$

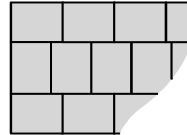
=

- 4 Berechne und gib deine Antwort in gekürzter Form:

$$2a \cdot \sqrt{25 \cdot a^2 - 9 \cdot a^2}$$

=

- 5 Ein Gehweg wird mit 45 cm langen und 35 cm breiten Platten, so wie in der Skizze rechts, belegt. Nach wie vielen Metern bilden die Kanten wieder wie am Anfang eine gerade Linie?



Nach _____ m

- 6 Von vier Bergen (A, B, C und D) ist A 420m höher als C und B 240m niedriger als D. B ist 2800m hoch, nämlich 500m niedriger als C. Wie hoch sind A, C und D?

A ist _____ m hoch.
C ist _____ m hoch
D ist _____ m hoch

- 7 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichung in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$:

$$\frac{1}{4} \cdot (16x + 24) + \frac{1}{7} \cdot (35x + 21) = x + 25$$

$\mathbb{L} = \{ \text{_____} \}$

- 8 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichung
in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

$$\frac{2x}{3} + \frac{x-5}{6} = \frac{15}{4}$$

$$\mathbb{L} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

- 9 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung in
aufzählender Form bezüglich $\mathbb{G} = \mathbb{N}$:

$$6x - 2 \cdot (2x - 7) > 3x + 4$$

$$\mathbb{L} = \{ \underline{\hspace{4cm}} \}$$

- 10 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichung
in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

$$3 \cdot (2x - 1) - 5x = 4x - 2(4x - 2)$$

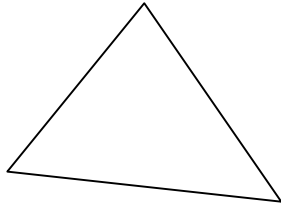
$$\mathbb{L} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

Teil II (Richtzeit: 60 Minuten)

- 1 a) **Konstruiere** ein Dreieck ABC mit $c = 5$ cm, $h_c = 3.6$ cm und $h_a = 4.2$ cm.
(h_a = Höhe zur Seite a, h_c = Höhe zur Seite c)

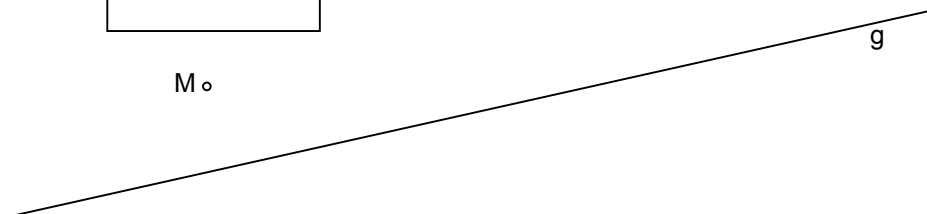
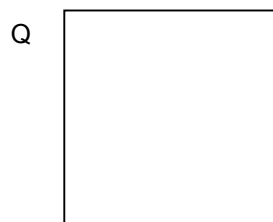
Planungsskizze:

Konstruktion:



Konstruktionsbericht:

- b) **Konstruiere** einen Punkt A auf dem Quadrat Q ($A \in Q$) und einen Punkt B auf der Geraden g ($B \in g$) so, dass M der Mittelpunkt der Strecke AB ist.
Die Punkte müssen wirklich konstruiert sein! Eine „geprübelte“ Lösung wird nicht bewertet.
Konstruiere alle Lösungen!



Konstruktionsbericht:

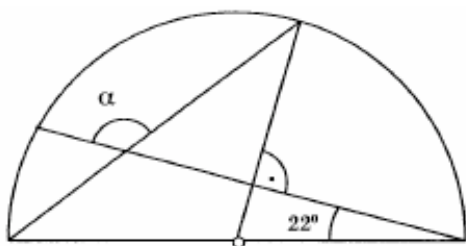
- 2 a) Lena und Sven wohnen 18 km voneinander entfernt. Sie wollen einander in 45 Minuten treffen. Sven geht zu Fuss Lena entgegen und diese fährt mit dem Velo Sven entgegen. Wie weit von Lena's Wohnort entfernt ist ihr Treffpunkt, und mit welcher Geschwindigkeit fährt Lena, wenn Sven sofort mit einer Geschwindigkeit von 6 km/h losmarschiert und Lena erst nach 15 Minuten startet?
- b) Vater Hugentobler zahlt seinen beiden Kindern das Taschengeld monatlich. Nico erhält zweieinhalbmal so viel Taschengeld wie seine jüngere Schwester Anna. In einem Zustand unerwarteter Grosszügigkeit erhöht der Vater, anlässlich seiner eigenen Gehaltserhöhung, das Taschengeld seiner Kinder um je Fr. 10.-. Jetzt bekommt Nico nur noch doppelt so viel Taschengeld wie Anna. Wie hoch war das Taschengeld der beiden Kinder vor der Erhöhung? Löse mit einer **Gleichung!**

- 3 a) Über jeder Seite eines Quadrats mit dem Flächeninhalt 42.25 cm^2 wird nach aussen ein gleichschenkliges Dreieck konstruiert. Jedes dieser Dreiecke besitzt den gleichen Flächeninhalt wie das Quadrat. Mache eine Skizze!

I Berechne den Abstand von zwei gegenüberliegenden Spitzen des vierzackigen Sterns.

II Berechne die Fläche des Quadrates, welches die Spitzen des vierzackigen Sterns bilden.
(Runde auf zwei Dezimalen!)

- b) Berechne den Winkel α .



4 Bei den Olympischen Spielen in Vancouver belegte das Team Schweiz I mit Ivo Rüegg und Cédric Grand im Zweierbob den vierten Platz. Das Bobrennen wurde in vier Läufen ausgetragen.

a) Im ersten Lauf fuhr das Team Schweiz I eine Zeit von 51.76 Sekunden. Dabei erzielte er eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 132.5 km/h. Wie lang ist die Bobbahn? (Resultat auf ganze Meter gerundet!)

b) Die Zeiten in den ersten drei Läufen betragen 51.76 Sekunden, 52.18 Sekunden und 51.92 Sekunden. Wie lautete die Zeit im vierten Lauf, wenn die Durchschnittszeit aller vier Läufe 51.9625 Sekunden war?

c) Die Mannschaft Russland I gewann Bronze in 3 Minuten 27.51 Sekunden. Um wie viele Sekunden hätte Rüegg im vierten Lauf schneller sein müssen, um gemeinsam mit Russland I Bronze zu gewinnen?

Gymnasium Unterstrass Zürich
 Aufnahmeprüfung 2010
 Kurzgymnasium (Anschluss 3. Sekundarklasse)

Mathematik

Name: _____

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen. Im **ersten Teil** ergibt jede richtige Lösung **einen Punkt**.
 Schreibe die Resultate bitte in die rechte Spalte. Beachte dabei eine Richtzeit von etwa 30 Minuten.

Im **zweiten Teil** ist der Lösungsweg wesentlich. Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge,
 müssen aber alle direkt nach der Aufgabe auf diese Blätter gelöst werden. **Der Rechenweg muss in
 der Darstellung ersichtlich sein**. Schreibe bitte **Zwischenresultate** auf.

Zeichne und konstruiere sorgfältig! Parallelen und Senkrechte dürfen mit dem Geodreieck gezeichnet
 werden. Zu den Konstruktionsaufgaben gehört ein **Konstruktionsbericht**. **Bezeichne die
 Lösungsfigur bitte sorgfältig**.

Gesamtzeit für beide Teile: 90 Minuten.

Teil	I	II					Total
Aufgabe	1-10	1	2	3	4	5	
Punkte	10	3 + 2 = 5	2 + 2 = 4	3 + 1 = 4	1 + 2 = 3	3 + 1 = 4	30
erreicht							

Teil I (Richtzeit: 30 Minuten)

Resultate

- 1 Beschreibe in aufzählender Form die Elemente der Menge
 $\{2, 3, 4, \dots, 20\}$, die nicht durch 4 teilbar sind, nicht durch 8
 teilbar sind und auch keine Primzahlen sind.

diese Elemente sind:

- 2 Bringe auf den Hauptnenner, fasse zusammen und kürze so
 weit wie möglich:

$$\frac{4x - 3y}{a + b} - \frac{6x - 5y}{2a + 2b} + \frac{-3 + 2y}{3a + 3b}$$

=

- 3 Vereinfache den Term so weit wie möglich:

$$-8 \cdot \frac{6}{24s} + \frac{9s}{12p} \cdot \frac{3s^2}{9p} =$$

=

- 4 Berechne und gib deine Antwort in gekürzter Form:

$$2a \cdot \sqrt{2(a+1)^2 - (a+2)^2} + 2$$

=

- 5 In einem Sägewerk sollen 3 Baumstämme mit den Längen 3.60 m, 4.95 m und 8.1 m in **möglichst grosse** und **gleichlange** Stücke zersägt werden. Es soll kein Verschnitt zurückbleiben.
Welche Länge (in cm) hat jedes Stück?

Jedes Stück ist _____
cm lang.

- 6 Von 1020 Stimmberechtigten legten 460 ein Nein in die Urne; 240 nahmen nicht an der Abstimmung teil. Mit welchem Stimmenüberschuss wurde die Vorlage angenommen bzw. abgelehnt? Vervollständige den Antwortsatz.

Die Vorlage wurde mit
dem Überschuss von
_____ Stimmen _____.

- 7 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichung
in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$:

$$\frac{1}{4} \cdot (16x + 42) - \frac{1}{7} \cdot (35x - 28) = \frac{1}{2} \cdot (2x + 25)$$

$\mathbb{L} = \{ \text{_____} \}$

- 8 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichung
in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

$$\frac{2x}{3} - 3 \cdot \frac{x-5}{6} = \frac{15}{4}$$

$$\mathbb{L} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

- 9 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung in
aufzählender Form bezüglich $\mathbb{G} = \mathbb{N}$:

$$6x - \frac{1}{2} \cdot (2x - 11) \geq \frac{1}{2} \cdot (3x - 3)$$

$$\mathbb{L} = \{ \underline{\hspace{3cm}} \}$$

- 10 Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichung
in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

$$-3 \cdot (1 - 2x) - 5x = 5x - 2(3x - 2)$$

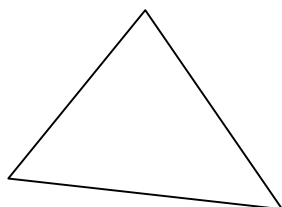
$$\mathbb{L} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

Teil II (Richtzeit: 60 Minuten)

- 1 a) **Konstruiere** das Dreieck ABC aus:
Höhe (zur Seite c) $h_c = 47$ mm, Winkel $\alpha = 60^\circ$ und Umkreisradius $r = 4$ cm.

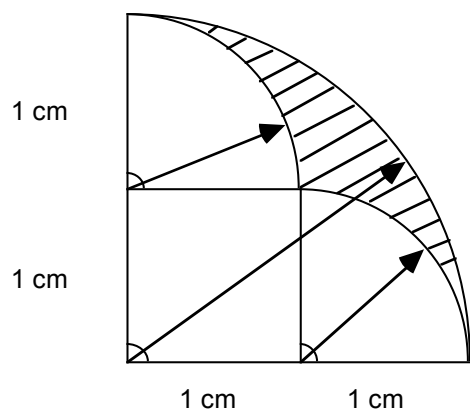
Planungsskizze:

Konstruktion:



Konstruktionsbericht:

- b) **Berechne** die schraffierte Fläche! (2 Stellen nach dem Komma)



- 2 a) Lena und Sven wohnen 18 km voneinander entfernt. Sie wollen einander in 45 Minuten treffen. Sven geht zu Fuss Lena entgegen und diese fährt mit dem Velo Sven entgegen. Wie weit von Lena's Wohnort entfernt ist ihr Treffpunkt, und mit welcher Geschwindigkeit fährt Lena, wenn Sven sofort mit einer Geschwindigkeit von 6 km/h losmarschiert und Lena erst nach 15 Minuten startet?

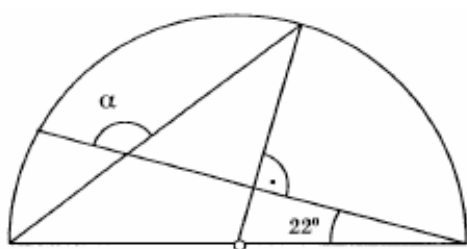
- b) Vater Hugentobler zahlt seinen beiden Kindern das Taschengeld monatlich. Nico erhält zweieinhalb mal so viel Taschengeld wie seine jüngere Schwester Anna. In einem Zustand unerwarteter Grosszügigkeit erhöht der Vater, anlässlich seiner eigenen Gehaltserhöhung, das Taschengeld seiner Kinder um je Fr. 10.-. Jetzt bekommt Nico nur noch doppelt so viel Taschengeld wie Anna. Wie hoch war das Taschengeld der beiden Kinder vor der Erhöhung? Löse mit einer **Gleichung!**

- 3 a) Über jeder Seite eines Quadrats mit dem Flächeninhalt 42.25 cm^2 wird nach aussen ein gleichschenkliges Dreieck konstruiert. Jedes dieser Dreiecke besitzt den gleichen Flächeninhalt wie das Quadrat. Mache eine Skizze!

I Berechne den Abstand von zwei gegenüberliegenden Spitzen des vierzackigen Sterns.

II Berechne die Fläche des Quadrates, welches die Spitzen des vierzackigen Sterns bilden.
(Runde auf zwei Dezimalen!)

- b) Berechne den Winkel α .



- 4 a) Laufen 24 Bilder pro Sekunde durch den Filmapparat, so dauert ein Film 1 Stunde 48 Minuten.
Wie lange würde er bei 18 Bildern pro Sekunde dauern?

- b) Pluto, der am weitesten von der Sonne entfernte Himmelskörper unseres Planetensystems, hat eine mittlere Entfernung von 5.9 Milliarden Kilometer von der Sonne. Die Lichtgeschwindigkeit ist 300'000 km/s.
- α) Wie lange (in Std., Min. und Sek.) ist das Licht von der Sonne zu Pluto unterwegs?
 - β) Wie viele Jahre hätte ein mit 100 km/h fahrender Schnellzug dafür (runde auf ganze Jahre)?

Lösungen 2. Sek:

TEIL 1

1 6, 9, 10, 14, 15, 18

2 $\frac{2x - y}{2(a + b)}$

3 $\frac{a}{2b}$

4 $8a^2$

5 kgV $\rightarrow 45 = 3^2 \cdot 5; 35 = 5 \cdot 7; \rightarrow 3,15 \text{ m}$

6 A ist 3720 m hoch., C ist 3300 m hoch, D ist 3040 m hoch

7 $L = \{ 2 \}$

8 $L = \{ 5.5 \}$

9 $L = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

10 $L = \left\{ \frac{7}{5} \right\}$

TEIL 2

- 1 a) - Höhenstreifen h_c zeichnen
- c abtragen $\rightarrow B$
- Thaleskreis über AB
- Kreis um A mit Radius $h_a \rightarrow H_a$
- Gerade durch B und H_a mit Parallelen im Höhenstreifen schneiden

- b) - g an M spiegeln $\rightarrow g'$
- g' mit Quadrat Q schneiden $\rightarrow A_1$ und A_2
- Geraden durch A_1 resp. A_2 und M mit g schneiden $\rightarrow B_1$ resp. B_2

2 a) $18 = 0.5 \cdot x + 6 \cdot 0.75 \Rightarrow x = 27 \text{ km/h}$
Sie treffen sich 13.5 km von Lena's Haus entfernt und Lena fährt mit 27 km/h.

- b) Anna erhält x Fr. Taschengeld: $2(x+10) = 2.5x + 10 \rightarrow x = 20$
 \rightarrow Also erhielt Anna Fr. 20.- und Nico erhielt Fr. 50.- Taschengeld.

3 a) I $s = 6.5 \text{ cm} \rightarrow h = 2s = 13 \text{ cm} \rightarrow d = 2h + s = 32.5 \text{ cm}$
II $A = 0.5d^2 = 528.13 \text{ cm}^2$

b) $\alpha = 180^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 124^\circ$

- 4 a) 1905 m
b) 51.99 s
c) 0.34 s

- 5 a) Tabelle und Graph
b) Zuerst vertauschen und dann multiplizieren mit (-1).

Lösungen 3. Sek:

TEIL 1

1 6, 9, 10, 14, 15, 18

2 $\frac{6x + y - 6}{6(a + b)}$

3 $\frac{1}{4s}$

4 $2a^2$

5 Jedes Stück ist 45 cm lang.

6 Die Vorlage wurde mit dem Überschuss von 70 Stimmen abgelehnt.

7 $L = \{ 1 \}$

8 $L = \{ 7.5 \}$

9 $L = \{ 1, 2 \}$

10 $L = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$

TEIL 2

- 1 a) - Höhenstreifen h_c zeichnen
- A und Winkel $\alpha \rightarrow C$
- $k(A,r)$ schneiden mit $k(C,r) \rightarrow M$
- $k(M,r)$ schneiden mit Parallelen des Höhenstreifens $\rightarrow B$

b) $A = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} - 1^2 - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \pi - 1 - \frac{\pi}{2} = \underline{\underline{\frac{\pi}{2} - 1 \approx 0.57}}$

- 2 a) $18 = 0.5 \cdot x + 6 \cdot 0.75 \Rightarrow x = 27$ km/h
Sie treffen sich 13.5 km von Lena's Haus entfernt und Lena fährt mit 27 km/h.

- b) Anna erhält x Fr. Taschengeld: $2(x+10) = 2.5x + 10 \rightarrow x = 20$
 \rightarrow Also erhielt Anna Fr. 20.- und Nico erhielt Fr. 50.- Taschengeld.

- 3 a) I $s = 6.5$ cm $\rightarrow h = 2s = 13$ cm $\rightarrow d = 2h + s = 32.5$ cm
II $A = 0.5d^2 = 528.13$ cm²

b) $\alpha = 180^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 124^\circ$

- 4 a) 144 Min = 2 Std 24 Min

b) $\alpha)$ 5 Std. 27 Min. 47 Sek.

$\beta)$ $5.9 \cdot 10^7$ Std = $2.45833 \cdot 10^6$ Tage = 6735 Jahre

- 5 a) Tabelle und Graph

- b) Zuerst vertauschen und dann multiplizieren mit (-1).